



Евгений Миронов

Формула Келли для Форекса

Евгений Миронов

Формула Келли для Форекса

Аннотация ко второму изданию. 2024 г.

Во втором издании исправлены найденные опечатки, актуализированы некоторые ссылки и уточнены некоторые формулировки. В целом второе издание на 90% совпадает с первым.

Аннотация к первому изданию. 2013 г.

В книге на простом примере демонстрируется важность управления капиталом и, в частности показывается, что одна и та же стратегия с вероятностными исходами при разном финансовом управлении может быть, как прибыльной, так и убыточной. Строится простейшая математическая модель инвестиций и игр с вероятностными исходами для случая, когда инвестор или игрок придерживается строгой торговой системы. Сначала рассматривается случай, когда инвестор или игрок использует весь свой собственный капитал без заемного кредитного плеча. Затем разбирается случай, когда используется какая-то часть своего собственного капитала без кредитного плеча. И, наконец, показывается общий результат, когда идет и использование части своего капитала, и использование кредитного плеча.

Книга будет полезна начинающим трейдерам, которые занимаются разработкой своих торговых систем и тестируют свои и чужие торговые стратегии на предмет поиска прибыльных торговых систем. Изложение ведется на простом понятном языке с примерами из разных областей инвестирования и игр с простой математикой на уровне средней школы.

Оглавление

| | |
|---|----|
| 1. Введение | 3 |
| 2. Простой пример | 3 |
| 3. Базовая И-модель | 5 |
| 4. Вероятности Исходов | 6 |
| 5. Торговая система | 6 |
| 6. Параметры прибыльности и убыточности | 7 |
| 7. Модель для 100% доли капитала | 8 |
| 8. Модель для доли капитала | 9 |
| 8.1. Доля с фиксированным значением объема | 10 |
| 8.2. Принцип Мартингейла | 10 |
| 8.3. Фиксированная доля | 11 |
| 9. Классическая формула Келли | 11 |
| 10. Учет кредитного плеча | 13 |
| 11. Калькуляторы параметров торговой системы | 15 |
| 11.1. Расчет точек безубыточности торговых систем | 16 |
| 11.2. Расчет оптимальных параметров торговых систем | 16 |
| 12. Оптимальное плечо | 16 |
| 13. Отличие Форекса от орлянки | 18 |
| 13.1. Процесс с памятью | 18 |
| 13.2. Нестационарность | 19 |
| 14. Заключение | 21 |

1. Введение

Почему хорошие стратегии на Форексе порой у Вас не работают?

Вы точно знаете, что кто-то с помощью данной стратегии нормально зарабатывает на бирже, а Вы постоянно только сливаете весь свой капитал.

Одна из самых распространенных причин такой ситуации, это неправильный финансовый менеджмент. В первую очередь, это неправильный выбор кредитного плеча торгового счета и неправильный выбор доли капитала, которая должна участвовать в сделке.

Финансовый менеджмент это такая хитрая штука, неправильное применение которой может испортить любую самую выигрышную стратегию. В то же время, если Ваша стратегия уже изначально проигрышная, тогда никакой финансовый менеджмент Вам уже не поможет. Поэтому первой задачей трейдера всё-таки остается поиск выигрышной стратегии. Но знание основ финансового менеджмента часто позволяет не забрасывать выигрышные стратегии, а правильно их применять.

В данной книге даются основы финансового менеджмента для Форекса и для фондовой биржи. В том числе показывается, какой должна быть формула Келли для случая, когда применяется кредитное плечо.

2. Простой пример

Чтобы читателю была понятна важность финансового менеджмента, сначала в качестве учебного примера рассмотрим игру в подбрасывание монеты. Эта игра имеет мало отношения к Форексу, но математические законы финансового менеджмента в этой игре и на Форексе действуют одинаково. Поэтому эта игра здесь рассматривается исключительно в демонстрационных целях. Автору этой книги представляется, что демонстрация основных идей сразу же на примерах из Форекса только запутает читателя. Поэтому желательно, чтобы читатель разобрался с основами финансового менеджмента сначала на чем-то очень простом и понятном.

Допустим, если при подбрасывании монеты выпадает орел, то сумма денег, которую Вы поставили на кон, увеличивается на 80%. А если выпадает решка, то Вы теряете половину ставки, то есть минус 50%. Например, поставили на кон один рубль и выпал орел. Значит, забираете себе обратно 1 руб. 80 коп., то есть дополнительно к своему рублю получаете еще и 80 копеек. А если поставили один рубль, но выпадает решка, то Вы забираете только 50 копеек из поставленного одного рубля.

Правила понятны?

А теперь вопрос на засыпку. Допустим, у Вас в кармане только 100 рублей. Будете играть в эту игру или нет?

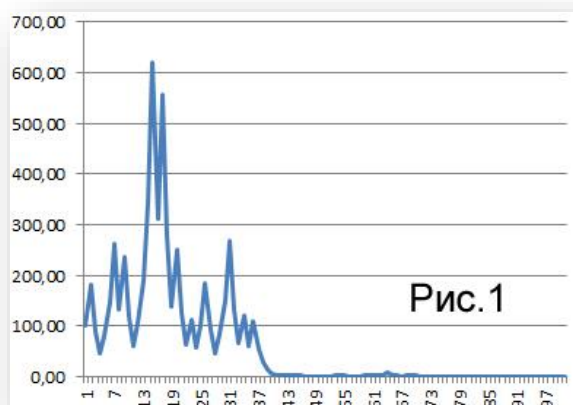
На самом деле, ответ на этот вопрос совершенно не зависит от того, сколько денег у Вас в кармане. Но он очень сильно зависит от того, как Вы будете распоряжаться этими деньгами.

Если Вы будете каждый раз ставить на кон весь свой капитал, то полный слив всего Вашего капитала, это всего лишь вопрос времени.

Я не поленился и подбросил монету 104 раза, чтобы посмотреть, что получается. Посмотрите на рис.1. В моем эксперименте уже после 70-го подбрасывания монеты сумма никогда не превышала одного рубля и на 104-ом броске стала меньше одной копейки.

Если Вы проведете такой эксперимент, то у Вас сумма станет меньше одной копейки или раньше, чем 104 броска или позже, но обязательно этот момент наступит. А характер графика поведения Вашего капитала будет чем-то напоминать характер графика на рис.1.

Обратите внимание на высокую нестабильность и гигантские просадки. Это очень сильно



напоминает на Форексе поведение депозита начинающего трейдера.

Когда Вы бросаете в эту игру весь свой капитал, то иногда, когда орел выпадает много раз подряд, Ваш капитал может временно увеличиться во много раз. Но, в конце концов слив неизбежен при длительной игре. Потом, в этой книге Вы увидите, что каждая серия непрерывных выпадений решек в этой игре делает рискованно большую просадку, которая может "съесть" весь Ваш капитал.

Но это не значит, что выиграть в эту игру невозможно.

Допустим, Вы в этой игре ставите на кон только 5% от Вашего капитала. То есть, в самом начале Вы поставили не 100 рублей, а только 5 рублей. Если проиграли, то у Вас осталось 97 руб. 50 коп. Значит, на второй кон ставим уже 4 руб. 88 коп. Если же на первом броске выпал орел, то у Вас стало 104 рубля. Значит, на второй кон ставим уже 5 руб. 20 коп.

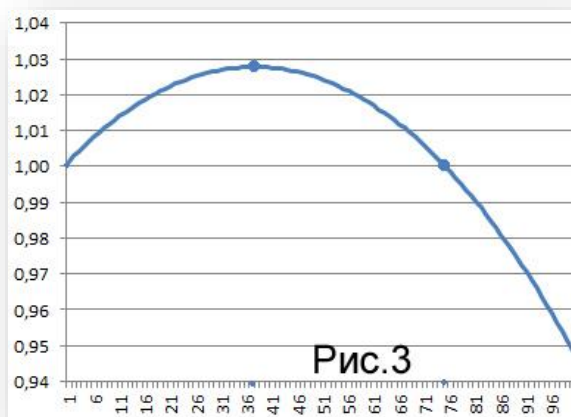


В этом случае, я тоже не поленился подбросить монету 100 раз и получил результат, показанный на рис.2. Видно, что капитал игрока достаточно стабильно растет с очень незначительными просадками. Этот график тоже очень сильно напоминает поведение депозита трейдера, который работает с маленьким плечом и небольшими отстройками уровней **TakeProfit** и **StopLoss** от уровня вхождения в рынок.

Казалось бы, вот оно правильное решение. Но, стоило ли так долго играть в эту игру, чтобы всего лишь удвоить свой капитал за 80 подбрасываний монеты?

Кроме того, если Вы думаете, что правильное управление капиталом в этой игре состоит в том, чтобы уменьшить долю капитала, которая ставится каждый раз на кон, то это ошибочное управление капиталом. Если Вы будете ставить на кон только 1% всего своего капитала, то рост станет еще более медленным. После 100 бросков монеты, в среднем, в игре со ставками в один процент капитал будет меньше примерно в полтора раза, чем при игре с пятью процентами.

На самом деле в этой игре существует оптимальная доля капитала, при которой Ваш общий капитал нарастает максимально быстро. И существует еще одна критическая доля капитала, такая, что если Вы будете использовать долю больше, чем эта, то Вы гарантированно потеряете свои 100 рублей.



На рис.3 показано, как в среднем растет капитал игрока при одном подбрасывании монеты, когда идет усреднение по очень большому количеству игр, в зависимости от той доли капитала, которую игрок каждый раз ставит на кон.

Максимальная скорость роста достигается, когда в игре на кон ставится примерно 37-38 процентов капитала игрока. Если играть очень долго, то игрок с такой долей заработает больше всех других игроков.

При 75% средний рост капитала становится равным единице. Поэтому, если постоянно ставить на кон свыше 75% капитала, то гарантируется потеря всего капитала игрока при длительной игре.

Если изменить в этой игре такие условия, как прирост на выигрыш и убыток на проигрыш, а также изменить вероятности выигрышей и проигрышей, то критические значения долей капитала тоже изменятся. В частности, можно так подобрать условия игры, что игрок ни при какой доле капитала не сможет выиграть в такой игре.

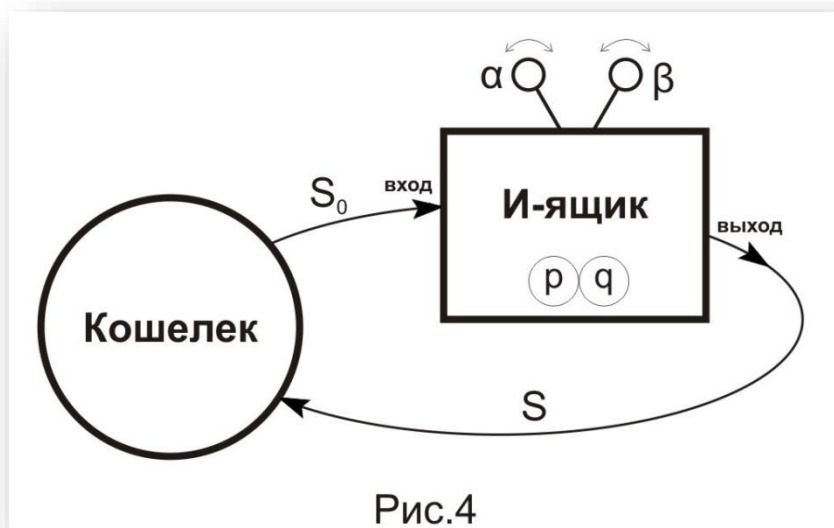
Далее мы выведем формулу, которая делает расчет этих критических долей для биржевой игры, а также делает расчет кредитного плеча для трейдера.

3. Базовая И-модель

С формальной математической точки зрения инвестиции ничем не отличаются от игры в азартные игры. Принцип инвестиций и азартных игр один и тот же. Мы даем свои деньги на какое-то мероприятие в надежде, что когда это мероприятие закончится, то обратно нам вернется денег больше, чем мы вложили первоначально.

Мероприятием может быть, например, банковский депозит. Или выдача своих денег в долг честному человеку под проценты. Или это может быть покупка товара для перепродажи. Таким товаром может являться не только товар, который продается в магазинах, но и недвижимость, валюта на Форексе, ценные бумаги на фондовой бирже и т.п. Но таким же мероприятием может быть и какой-нибудь раунд азартной игры на деньги. Например, ставка при игре в рулетку в казино или ставка в букмекерской конторе на исход футбольного матча. К азартным играм можно отнести и вложения денег в финансовые пирамиды и хайпы.

Поэтому мы, не конкретизируя конкретно, какое мероприятие имеется в виду будем считать, что Вы имеете кошелек, из которого достаете какую-то сумму своих денег S_0 и кидаете их в некоторый **И-ящик**. Можете считать, что **И-ящик**, это "**инвестиционный ящик**" или это "**игровой ящик**", как Вам больше нравится.



Из **И-ящика** на выходе выходит сумма S , которая попадает обратно в Ваш кошелек. Понятно, что эта сумма S может быть как больше начальной суммы S_0 , так и меньше неё, а также может быть и равной нулю $S=0$.

Например, если это банковский депозит, то, скорее всего, будет $S > S_0$. Но если банк разорился, а S_0 была больше страховой суммы, то Вам выплатят только страховую часть суммы, то есть $S < S_0$. (Остальное тоже потом могут выплатить, но давайте будем реалистами.)

Или, например, в казино при игре в рулетку Вы или выиграете, и тогда S будет больше S_0 в несколько раз (в зависимости от того, на что Вы конкретно поставили) или Вы проиграете и тогда $S=0$.

Для простоты будем считать, что у Вас может быть только 2 исхода. Или выигрыш, при котором Вы получаете прибыль, то есть $S > S_0$. Или проигрыш, при котором Вы получаете убытки, то есть $S < S_0$. Иначе говоря, считаем, что какой-то третий исход невозможен.

Мы не будем рассматривать здесь такие случаи, когда Вы не просто получаете полный убыток, но еще и остаетесь кому-то что-то должны после прохождения Ваших денег через **И-ящик**. То есть мы исключаем из рассмотрения случаи, когда $S < 0$. Это связано с тем, что нас интересуют, в первую очередь, ситуации, связанные с торговлей на Форексе. А там не бывает таких ситуаций, что Вы оказываетесь должниками. Этим Форекс отличается от фондовой биржи. На фондовой бирже трейдер может оказаться должником брокера при использовании кредитного плеча или шортовых сделок.

4. Вероятности исходов

Будем считать, что вероятность исхода с прибылью равна p , а вероятность исхода с убытком равна q . Понятно, что всегда выполняется нормировка вероятностей на единицу: $p+q=1$.

Когда мы вносим деньги на депозит в очень надежный банк, например, в Сбербанк, то у нас $p=1$ или очень близко к единице, а $q=0$ или очень близко к нулю. Чем банк менее надежен, тем p более отличается от 1, а q больше отличается от 0.

Если мы играем в игру с подбрасыванием монеты, то $p=1/2$ и $q=1/2$.

Если мы в казино играем в рулетку и при этом ставим на число, то $p=1/37$, а $q=36/37$. (Везде далее примеры с рулеткой относятся к варианту европейской рулетки.)

Это всё примеры того, когда вероятности заранее известны до начала мероприятия, до того, как Вы кинете свои деньги в **И-ящик**. Но если Вы решили заняться торговлей, то часто новичкам эти вероятности заранее неизвестны или неизвестны с необходимой им точностью.

Например, Вы покупаете недвижимость на этапе строительства и рассчитываете, что к моменту окончания строительства, например, через год, цена на недвижимость вырастет. Допустим, сейчас цены на недвижимость растут, и Вы думаете, что через год они также будут расти. То есть считаете, что $p>0.5$, и, значит, более вероятно, что рост цен сохранится. Вы не знаете заранее точные значения p и q , и можете только предполагать, какие они окажутся для Вас.

В случае ошибки, когда Ваше предположение оказалось неверным, Вы продадите свою недвижимость с убытком. В случае с недвижимостью Вы можете, конечно, ещё сдать свою недвижимость в аренду и попытаться переждать время, когда цены упали. Если Вы дождетесь, когда цена на Вашу недвижимость станет больше, чем цена покупки (возможно, за минусом суммы полученных арендных платежей), то можете продать её и получить прибыль.

Но такая подстраховка бывает не всегда. Например, если Вы на Форексе купили валюту, цена на которую стала падать, то Вы не сможете никому временно сдать эту валюту в аренду. Конечно, есть надежда, что скоро цена на эту валюту будет расти. Но если Вы будете ждать такой ситуации, то Вы просто тупо заморозите свои деньги.

Такие же ситуации бывают при оптовой торговле импортными товарами с маленькой накруткой в такие месяцы, когда курс доллара падает по отношению к рублю. Рублевые цены на рынке могут упасть ниже себестоимости Вашего товара.

Еще хуже ситуация, когда Вы купили для перепродажи скоропортящиеся фрукты или компьютерные комплектующие. В этом случае никак не получится переждать трудные времена. Возможно, часть товара придется продавать с убытками, так как время работает против Вас. В случае скоропортящихся фруктов Вы можете потерять все вложенные в них деньги. А в случае компьютерных комплектующих цены будут только падать, и чем дольше Вы не будете продавать товар, тем больше будут Ваши убытки.

Все, кто занимался торговым бизнесом, знают, что иногда бывают такие ситуации, когда приходится "сбрасывать" товар в убыток, чтобы срочно "выдернуть" из товара свои деньги. Начинающие предприниматели, как правило, плохо представляют себе, каково у них будет соотношение p и q . Но если предприниматель уже раскрутил свой торговый бизнес, то он уже примерно знает соотношение между своими p и q .

5. Торговая система

Более сложная ситуация встречается при биржевой торговле. Там значения p и q становятся более определенными, когда трейдер применяет жесткую торговую систему. Как один из вариантов, значения p и q можно посчитать на большом статистическом материале при торговле роботами. Если трейдер не использует торговую систему (например, применяет интуитивную стратегию), то ни о каких определенных значениях p и q не может быть и речи.

Обратите внимание на то, что **"торговая система"** и **"торговая стратегия"**, это не одно и то же. Торговая стратегия, это словесное описание поведения трейдера на рынке. В то время, как торговая система, это набор четких инструкций с цифрами для "тупого" исполнителя, где сказано, что конкретно надо делать. Когда программисты создают торгового робота-советника, то в его программу закладывается именно

торговая система, а не стратегия. А когда какой-то преподаватель или гуру биржевой торговли рассказывает, как он торгует, то он, скорее всего, рассказывает про свою торговую стратегию, а не систему.

Торговой стратегии недостаточно для успешной торговли на бирже. Торговую стратегию необходимо преобразовать в торговую систему. Если у Вас есть торговая система, тогда Вы уже можете анализировать статистические данные торговли, например, на исторических данных, и подправлять те или иные параметры своей торговой системы, чтобы улучшить её или адаптировать её к современному поведению рынка.

В общем случае, при изменении параметров своей торговой системы, у Вас будут меняться и значения **p** и **q**.

При обычной торговле обычными товарами, предприниматель примерно знает свои значения **p** и **q**, потому что обычная торговля как раз и представляет собой некоторую торговую систему, которой придерживается предприниматель. Рынок обычных товаров более стабилен и стационарен. Поэтому начинающие предприниматели или постепенно интуитивно приходят к какой-то торговой системе или просто копируют схему торговли у тех, кто на этом рынке начал свой бизнес раньше их.

Когда Вы вносите свои деньги в банк на депозит, то вся система "игры" прямо прописана у Вас в договоре с банком. Банк, выступающий в качестве Вашего **И-ящика**, как бы, обязуется сделать Вам всегда **p=1**.

Аналогично, казино обязуется Вам сделать **p=1/37** и **q=36/37** для Вашего **И-ящика**, если этот **И-ящик** представляет собой ставку на одно число в рулетке. (Имеется в виду честная механическая рулетка в обычном казино, а не "подкрученная" электронная рулетка в Интернете.)

Предполагается, что читатели данной книги достаточно серьезно настроены на то, чтобы зарабатывать на Форексе. А значит, что они уже давно прошли этап "детского сада", когда трейдер торгует без торговой системы и не занимается тестированием своих и чужих торговых систем на демо-счетах и на исторических данных. Если Вы еще не осознали важность торговых систем, то, возможно, Вам ещё рано читать эту книгу.

6. Параметры прибыльности и убыточности

Кроме параметров **p** и **q** наш **И-ящик** имеет еще два параметра, которые характеризуют размер прибыли, если мероприятие прошло с прибылью, и характеризуют размер убытка, если мероприятие прошло с убытком. Пусть размер прибыли характеризует параметр **α** так, что $S = S_0(1 + \alpha)$, а размер убытка характеризует параметр **β** так, что $S = S_0(1 - \beta)$.

В зависимости от конкретного **И-ящика**, эти параметры могут быть для Вас регулируемые или строго фиксированными.

Например, если Вы кладете свои деньги на банковский депозит на полгода под 10% годовых, то у Вас строго **α=0.05**, а **β=0**. И Вы не можете изменить эти параметры.

Такая же ситуация, если в качестве **И-ящика** берутся ставки на число при игре в рулетку. В этом случае **α=34**, а **β=1**. И Вам не дано изменять эти параметры.

В обычной торговле товарами параметр **α** является накруткой цены товара к его себестоимости (то есть к его закупочной цене, плюс дополнительные затраты на единицу товара). Этот параметр в обычной торговле можно регулировать в определенных пределах, в зависимости от уровня конкуренции и от уровня эластичности рынка. Например, часто сильно завышенный параметр **α** приводит к снижению прибыли за счет того, что товар редко покупается, то есть **S₀** редко кидаем в **И-ящик**. А сильно заниженный параметр **α** также часто приводит к снижению прибыли за счет того, что каждое **S** очень мало растет по отношению к **S₀**, хотя частота использования **И-ящика** увеличивается. Предпринимателю, который занимается обычной торговлей, необходимо найти своё оптимальное **α**, которое максимизирует прибыль.

Наконец, в биржевой торговле параметры **α** и **β** связаны с уровнями **TakeProfit (TP)** и **StopLoss (SL)**, соответственно. Например, если Вы купили какой-то биржевой актив за \$1000 без плеча (с плечом 1:1 в терминологии Форекса) на счете с комиссией 0.02% и поставили TP на 5% выше, уровня покупки, а SL на 1% ниже уровня покупки, то у Вас **α=0.04959**, а **β=0.010398** (без учета комиссии было бы **α=0.05**, а **β=0.01**).

В дилинговых центрах Форекса часто применяются счета без комиссий, но со спредом. В этом случае при покупке валютной пары с целью её последующей продажи для определения коэффициентов **α** и **β** смотрят на разницу цен bid (для TP и SL) и ask (по которой купили) по отношению к цене покупки ask. А при

продаже валютной пары с целью её дальнейшей покупки, смотрят на разницу цен ask (для TP и SL) и bid (по которой продали) по отношению к цене продажи bid.

Понятно, что меняя эти параметры α и β в своей торговой системе, Вы тем самым будете менять и параметры p и q . Это очевидно, что, уменьшая β при постоянном α , у Вас начнет увеличиваться вероятность убыточных сделок q . И, наоборот, увеличивая β при постоянном α , у Вас начнет увеличиваться вероятность прибыльных сделок p . То есть, какой из уровней, TP или SL, будем приближать к уровню вхождения в рынок, тот уровень и начнет "срабатывать" с большей частотой, чем это было раньше.

7. Модель для 100% доли капитала

Теперь мы будем рассматривать серию сделок. Сначала рассмотрим более простой вариант, когда мы используем весь свой капитал из кошелька, а не часть капитала.

Понятно, что при одном "прогоне" капитала через **И-ящик**, мы имеем только два варианта для суммы S :

$$S = S_0(1 + \alpha) \quad (1)$$

или

$$S = S_0(1 - \beta) \quad (2)$$

А при двух "прогонах" уже есть 3 варианта:

$$S = S_0(1 + \alpha) (1 + \alpha)$$

или

$$S = S_0(1 + \alpha) (1 - \beta)$$

или

$$S = S_0(1 - \beta) (1 - \beta)$$

В первом случае оба прогона были с прибылью. Во втором случае один прогон был с прибылью, а другой прогон был с убытком. Причем, совершенно неважно в каком порядке произошли прибыль и убыток, что было вперед, а что потом, так как от перестановки мест сомножителей произведение не меняется. Наконец, третий случай означает, что оба прогона через **И-ящик** оказались убыточными.

В общем случае, когда у Вас было N прогонов через **И-ящик**, из которых L прогонов были прибыльными, а M прогонов были убыточными ($N = L + M$) получаем, что наш капитал в кошельке будет равен

$$S = S_0 \prod_{i=1}^L (1 + \alpha) \prod_{j=1}^M (1 - \beta) \quad (3)$$

То есть мы L раз перемножаем величину $(1 + \alpha)$ и M раз перемножаем величину $(1 - \beta)$. Так как в торговой системе все величины α одинаковы и все величины β тоже одинаковы для всех прогонов, то

$$(S/S_0) = (1 + \alpha)^L (1 - \beta)^M \quad (4)$$

Нас интересует задача максимизации величины S/S_0 . А точнее нас интересует такая торговая система, где эта величина максимальна в среднем на каждом прогоне, если число прогонов N стремится к бесконечности. Мы же собираемся зарабатывать длительное время.

Берем логарифм от обеих частей формулы (4) и получаем

$$\ln(S/S_0) = L * \ln(1 + \alpha) + M * \ln(1 - \beta) \quad (5)$$

Делим обе части уравнения (5) на число прогонов N и получаем

$$\frac{1}{N} \ln(S/S_0) = (L/N) * \ln(1 + \alpha) + (M/N) * \ln(1 - \beta) \quad (6)$$

Когда L , M и N стремятся к бесконечности, отношение L/N переходит в p , а отношение M/N переходит в q , то есть

$$\ln(\sqrt[N]{s/s_0}) = p * \ln(1 + \alpha) + q * \ln(1 - \beta) \quad (7)$$

Обозначим среднегеометрический прирост капитала за один прогон, как $s = s_0 * \sqrt[N]{s/s_0}$. Делаем обратную операцию экспонирования, чтобы избавиться от логарифмов и окончательно получаем

$$(s/s_0) = (1+\alpha)^p (1-\beta)^q \quad (8)$$

Это формула среднегеометрического приращения капитала или, по-другому, формула математического ожидания игры при бесконечно долгой игре.

Например, в банке на депозите дают 10% годовых и минимальный срок вложения равен одному кварталу. Тогда $p=1$, $q=0$, так как у нас будет только приращение капитала. Коэффициент $\alpha=0.025$, а $\beta=0$. Поэтому по формуле (8) каждые три месяца мы имеем средний прирост капитала $(s/s_0) = (1+0.025)$.

Допустим, мы играем в подбрасывание монеты так, что если выпадает орел, то наш капитал увеличивается на 80%, а если выпадает решка, то наш капитал уменьшается на 50%. Тогда $p=q=0.5$, $\alpha=0.8$, и $\beta=0.5$. В этом случае по формуле (8) получаем $(s/s_0) = \sqrt{(1 + 0.8)(1 - 0.5)}$, то есть $(s/s_0) \approx 0.94868...$ Эта величина оказалась меньше единицы. Получается, что если играть в такую игру очень долго, то мы всегда будем гарантированно сливать все свои деньги. Полный слив всех своих денег в этой игре, это всего лишь вопрос времени.

Причем, процесс слива денег здесь теоретически идет бесконечно долго. Но на практике этот процесс всегда завершиться за конечное число шагов, так как всегда существует минимальная денежная единица, равная одной копейке, меньше которой мы не сможем закинуть в наш **И-ящик**.

Аналогично при биржевой торговле по торговой системе, которая теоретически сливает капитал бесконечно долго, процесс не будет идти бесконечно долго, так как на бирже существует минимальный квант в виде лота или какой-то фиксированной минимальной части лота (в дилинг-центах Форекса). Как только капитал трейдера уменьшится до значений меньше, чем этот квант, трейдер уже не сможет дальше продолжать торговать.

Допустим, мы играем в подбрасывание монеты так, что если выпадает орел, то наш капитал удваивается, а если выпадает решка, то наш капитал уменьшается в два раза. Тогда $p=q=0.5$, $\alpha=1$, а $\beta=0.5$. В этом случае получаем $(s/s_0) = 1$, то есть такая игра ничего нам не дает. Мы и не увеличиваем свой капитал и не уменьшаем его.

При игре в рулетку при ставках на одно число у нас всегда $\beta=1$, поэтому если в рулетке ставить весь свой капитал, то всегда будет $(s/s_0) = 0$. Первый же проигрыш приводит к полной потере всего капитала.

8. Модель для доли капитала

Теперь посмотрим, а что будет, если мы кладем в **И-ящик** не весь свой капитал из кошелька, а только какую-то его часть.

Первый же возникающий вопрос звучит так. А по какому принципу выбирать эту часть нашего капитала?

Обратите внимание, что **принцип выбора** части капитала и **правило выбора** части капитала, это не одно и то же. Правило выбора части капитала определяется какой-нибудь формулой, а сам вид этой формулы определяется общим принципом выбора части капитала.

Можно придумать несколько принципов выбора части капитала:

- Фиксированное значение
- Принцип Мартингейла
- Фиксированная доля
- И другие

Для примера рассмотрим только три принципа.

8.1. Доля с фиксированным значением объема

Принцип фиксированного значения объема означает, что Вы кидаете в **И-ящик** всегда одну и ту же сумму независимо от того, какая сумма лежит в кошельке. Допустим, в нашей игре с подбрасыванием монеты (см. раздел 2), когда у Вас в кармане 100 рублей, Вы будете кидать в **И-ящик** всегда только 10 рублей. Так как 10% меньше, чем критичные 75% для этой игры, то в подавляющем большинстве случаев у игрока капитал в кошельке будет расти. Но при этом будет уменьшаться отношение 10 рублей к общему капиталу. Ведь весь капитал будет расти.

Это означает, что, хотя по абсолютным цифрам скорость нарастания капитала в среднем будет постоянной, но по относительным значениям эта скорость будет уменьшаться. Значит, капитал будет использоваться всё более и более неэффективно. Фактически у нас будет в среднем линейный рост капитала в кошельке.

Если мы будем каждый раз кидать в **И-ящик** по 50 рублей, то сначала наша эффективность использования капитала будет нарастать. Эта эффективность станет максимальной, когда в кошельке будет примерно 133 рубля, так как в этот момент критичные 37% для максимизации роста как раз и дают наши 50 рублей. Но затем эффективность использования капитала также начнет уменьшаться.

Наконец, если использовать, например, 80 рублей, то так как $80\% > 75\%$, то в среднем наш капитал в кошельке будет убывать линейно. Это значит, что при таком подходе разорение игрока произойдет за конечное число раундов этой игры, что для нас уж совсем неприемлемо.

Обратите внимание, что все эти выводы приводятся для усредненных данных по большому количеству игроков. В каком-то конкретном случае и какого-то отдельно взятого конкретного игрока может случиться так, что он, используя постоянную сумму для **И-ящика**, которая меньше 75%, тем не менее, столкнется с очень длинной серией проигрышей. Маловероятно, но бывает. В этом случае его капитал в кошельке также будет убывать линейно. И если серия последовательных проигрышей достаточно длинная, то игрок может очень быстро разориться, хотя и использовал на старте долю меньше, чем 75% капитала.

Понятно, почему так получается. Несколько первых проигрышей может так уменьшить его общий капитал, что его постоянная сумма для **И-ящика** окажется больше 75% от капитала. То есть игрок попадет в область слива своего капитала и не выберется оттуда. Такие случаи будут происходить тем чаще, чем ближе стартовая доля к 75%.

Всё это нас никак не устраивает. Мы отвергаем принцип фиксированного значения.

8.2. Принцип Мартингейла

Теперь посмотрим на финансовый менеджмент по принципу Мартингейла. В самом простом случае принцип Мартингейла заключается в том, что если предыдущий раз был выигрыш, то используем фиксированное значение для забрасывания его в **И-ящик**. А если предыдущий раз был проигрыш, то мы увеличиваем суммы для **И-ящика** по сравнению с предыдущей суммой, которую бросили в **И-ящик**. На сколько именно увеличивается сумма для следующей сделки, это зависит от конкретных значений α и β .

Подробное описание правильных стратегий Мартингейла и численные эксперименты см. в книге "[Продвинутый Мартингейл](#)". (Некоторые специальные последовательности чисел Мартингейла для случая игры в рулетку можно найти в статье "[Модифицированные стратегии Мартингейла](#)", например, для ставок на одно число ($\alpha=34$, $\beta=1$) см. последовательность в последней таблице Мартингейла в этой статье.)

Когда мы выигрываем при такой схеме финансового менеджмента, то мы не получаем тут никаких преимуществ по сравнению с разобранным предыдущим случаем фиксированного значения объема. Здесь такой же линейный рост капитала с неэффективным управлением.

А вот когда мы проигрываем при такой схеме, то получаем полную катастрофу! В этом случае мы получаем экспоненциальное нарастание убытков. Я не буду приводить тут подробные расчеты, все желающие могут посмотреть упомянутую выше книгу "Продвинутый Мартингейл" с подробным математическим анализом. При достаточно большой непрерывной серии убыточных сделок, мы получаем не просто разорение за конечное число шагов, а разорение за число шагов гораздо меньшее, чем в стратегии фиксированного значения.

Таким образом, стратегии Мартингейла по управлению своим капиталом оказались еще хуже, чем рассмотренная ранее стратегия фиксированного значения. В применении к нашей игре с подбрасыванием

монеты, стратегия Мартингейла резко увеличивает шансы игрока слить весь свой капитал даже, если стартовое фиксированное значение будет меньше 75%.

Для трейдинга Мартингейл особо опасен. Это стратегия хорошо работает только в двух случаях. Или в случае очень высокого значения p , что редко встречается в трейдинге. Или в случае сильной антикорреляции между последовательными результатами сделок, что в трейдинге как раз встречается, но мы это обсуждать здесь не будем, детали см. в уже упомянутой книге.

Существует огромное количество роботов-советников на базе Мартингейла, особенно, бесплатных. Вы должны хорошо понимать, что вся эта продукция рассчитана или на людей очень далеких от финансового менеджмента, которые пришли на Форекс, чтобы за год стать олигархами. Или эти советники рассчитаны на людей, которые игроки по жизни, по своей природе. Биржа для них является своеобразной заменой казино. А сама идея отыгрывания всех убытков, заложенная в Мартингейле, на бирже приводит этих людей к разного рода ловушкам, типа [Ловушка Базермана](#).

8.3. Фиксированная доля

Теперь рассмотрим принцип фиксированной доли капитала. В этом случае мы всегда кидаем в **И-ящик** строго определенный процент от суммы, которая находится в кошельке.

При таком подходе в непрерывной серии выигрышей происходит экспоненциальное нарастание капитала по схеме сложных процентов. Проще всего это увидеть на примере банковского депозита. После окончания срока вклада Вы снова делаете вклад на ту сумму, которую получили в конце срока. Это классическая формула сложных процентов:

$$S = S_0(1 + \alpha)^N,$$

где N – число раз, которое помещали деньги в банк.

Другие примеры рассмотрим позже, когда выведем окончательную формулу.

А в непрерывной серии проигрышей при использовании фиксированной доли капитала происходит снижение скорости уменьшения капитала с отрицательным показателем в экспоненте. Теоретически разорение игрока происходит на бесконечности. (Практически оно происходит раньше, так как в реальных ситуациях есть минимальные кванты вложения денег в **И-ящик**, типа, одна копейка, один лот, одна единица товара, одна фишка в казино и т.п.)

Поэтому наилучшим принципом является принцип фиксированной доли. Нам остается только вывести правило выбора этой доли капитала.

9. Классическая формула Келли

Обозначим эту долю капитала из кошелька через δ . То есть $0 < \delta \leq 1$. Пусть в кошельке было K_0 денег, а после однократного прохождения **И-ящика** в кошельке стало K_1 денег. Значит, если мы забрали из кошелька δK_0 денег, чтобы кинуть их в **И-ящик**, то в кошельке сначала осталось $K_0(1 - \delta)$ денег. После того, как сумма δK_0 пройдет через **И-ящик**, в соответствии с формулами (1) и (2) мы имеем два случая того, что вернется в наш кошелек. Складываем то, что осталось в кошельке с тем, что пришло туда обратно, и получаем

$$K_1 = K_0(1 - \delta) + \delta K_0(1 + \alpha) = K_0(1 + \delta\alpha) \quad (9)$$

и

$$K_1 = K_0(1 - \delta) + \delta K_0(1 - \beta) = K_0(1 - \delta\beta) \quad (10)$$

От формул (1) и (2) эти выражения отличаются только тем, что здесь параметры α и β умножаются на коэффициент δ и больше ничем. Поэтому мы можем повторить все те же самые вычисления, которые сделали ранее для 100% доли капитала.

Вместо формулы (3) получится формула

$$K_N = K_0 \prod_{i=1}^L (1 + \delta\alpha) \prod_{j=1}^M (1 - \delta\beta), \quad (11)$$

где K_N – это капитал в кошельке после использования **И-ящика** N раз.

Вместо формулы (4) получаем

$$(K_N/K_0) = (1+\delta\alpha)^L (1-\delta\beta)^M \quad (12)$$

Вместо формулы (8) получаем

$$(k/K_0) = (1+\delta\alpha)^p (1-\delta\beta)^q \quad (13)$$

где k - среднегеометрический прирост капитала за один прогон.

Для нашей игры в подбрасывание монеты, о которой говорилось в разделе 2, мы имеем $p=1/2$, $q=1/2$, $\alpha=0.8$, $\beta=0.5$. Если $\delta=1$, то получаем $(k/K_0) \approx 0.95...$, то есть в среднем идет убывание капитала в кошельке. Если $\delta=0.75$, то имеем $(k/K_0) = 1$, то есть в среднем капитал и не растёт, и не убывает. Если δ стремится к нулю, то также получаем, что (k/K_0) стремится к 1, то есть при стремлении доли капитала к нулю, рост капитала замедляется.

Всё, что остается сделать, это найти при каком δ у выражения (13) будет максимум.

Берем производную от этого выражения по δ и приравняем её нулю. В результате получаем, что максимальный рост капитала будет при

$$\delta_{\max} = \frac{p\alpha - q\beta}{\alpha\beta} \quad (14)$$

Можно доказать, что этому δ_{\max} соответствует именно максимум выражения (13), а не минимум.

Выражение (13) называется классической формулой Келли. Если вспомнить, что $q=1-p$, то формулу Келли можно переписать как

$$\delta_{\max} = \frac{(1+\xi)p-1}{\alpha}, \quad (14.1)$$

где $\xi=\alpha/\beta$.

Для трейдинга этого выражения еще недостаточно, так как оно не учитывает размер кредитного плеча. Точнее, классической формулой Келли уже можно пользоваться для анализа такой торговой системы на бирже, которая не использует кредитное плечо (для плеча 1:1 в формулировке Форекса или 0:1 в формулировке фондовых бирж).

Посмотрим, что дает эта формула для нашей игры в подбрасывание монеты с параметрами $p=1/2$, $q=1/2$, $\alpha=0.8$, $\beta=0.5$. Получаем $\delta_{\max}=0.375$, то есть оптимальная доля будет 37.5% от всего капитала. А средний прирост капитала (13) будет при таком значении δ равен $(k/K_0) \approx 1.02774...$ Почти 3%. Это максимальный средний рост, который мы можем получить в данной игре на каждое подбрасывание монеты.

Чем больше значение δ , тем больше увеличивается скорость нарастания капитала в кошельке и одновременно увеличивается риск, связанный с вероятностным характером игры. Чем меньше значение δ , тем меньше скорость роста капитала, но и меньше риск, связанный с вероятностным характером игры. Риск связан с выпадением длительной серии проигрышей. Чем больше доля δ , тем больше просадка всего капитала при случайном выпадении такой серии проигрышей.

При увеличении доли δ выше δ_{\max} у нас риск начинает нарастать быстрее, чем нарастает скорость увеличения капитала. При уменьшении доли δ меньше δ_{\max} у нас риск начинает убывать быстрее, чем убывает скорость нарастания капитала.

Поэтому, когда на бирже Вы проводите сделки маленькими объемами от всего Вашего капитала, то просадки бывают очень маленьким. Наоборот, когда Вы проводите сделки большими объемами, то получаете очень нестабильное поведение Вашего полного капитала, с характерными резкими взлётами и падениями. Просадки порой бывают величиной порядка величины самого Вашего капитала.

В первом случае при использовании хорошей биржевой торговой стратегии, Вы получите очень медленный рост Ваших доходов, будете работать, как говорится, за копейки. Но зато очень стабильно. Слив капитала Вам не грозит даже при очень длительной серии неудачных сделок.

Во втором случае при использовании хорошей биржевой торговой стратегии, Вы получите очень нестабильную работу. Вам грозит слив всего Вашего капитала во время какой-нибудь случайной просадки при длительной серии неудачных сделок. Но зато, если повезет, то Ваш капитал вырастет очень быстро.

Таким образом, где выше доходы, там и выше риск разорения, а где хорошая надежность заработка, там доходы достаточно низкие. Всё как обычно в этой жизни. Регулируя величину доли капитала, которая участвует в сделке, Вы регулируете своё соотношение дохода и риска. В том числе можете найти оптимальную величину этой доли, при которой получается оптимальное соотношение дохода и риска, когда риск еще не слишком большой, а доходы уже достаточно высокие.

Разумеется, всё это справедливо только, если Вы работаете по строгой торговой системе, где у Вас в каждой сделке фиксированы значения α и β (уровни TP и SL). При этом для вычисления оптимального значения δ_{\max} в формуле Келли (14) берутся средние значения p и q , которые получаются, например, при тестировании своей торговой системы на исторических данных. Или в качестве p можно взять метрики **PCDP** или **PFP** нейросети "[Прогнозирующая Машина](#)", которые нейросеть вычисляет на тестовых исторических данных, если Вы используете прогнозы этой нейросети.

Чем меньше разброс p и q на исторических данных, тем точнее определяется величина δ_{\max} . Но чем больше разброс значений p и q на исторических данных за разные периоды, тем ненадежнее получается вычисленное значение δ_{\max} . Поэтому рекомендуется при реальной биржевой торговле брать δ меньше, чем вычисленное значение δ_{\max} . При неуверенности, на сколько именно меньше надо брать значение δ по сравнению с расчетным значением δ_{\max} , рекомендую сначала брать δ значительно меньше, чем δ_{\max} , а потом постепенно увеличивать его, контролируя уровень просадок на сериях убыточных сделок.

10. Учет кредитного плеча

Для Форекса и фондовой биржи необходимо обобщить классическую формулу Келли для торговли с кредитным плечом. Обозначим кредитное плечо буквой γ так, что $\gamma=1$ для плеча 1:1, $\gamma=2$ для плеча 1:2, $\gamma=3$ для плеча 1:3, и т.д. То есть γ показывает во сколько раз увеличивается на входе в **И-ящик** та Ваша сумма, которую Вы направляете в **И-ящик**. (Здесь и далее кредитное плечо обозначаем так, как это принято на Форексе.)

Пусть в кошельке было K_0 денег, а после однократного прохождения **И-ящика** в кошельке стало K_1 денег. Значит, если мы забрали из кошелька δK_0 денег, чтобы кинуть их в **И-ящик**, то в кошельке сначала осталось $K_0(1-\delta)$ денег. На входе в **И-ящик** сумма δK_0 увеличилась в γ раз, то есть стала $\gamma \delta K_0$. Она выросла на величину $\delta K_0(\gamma-1)$. Эту сумму нам дали в кредит на входе в **И-ящик**, значит, эту же сумму мы должны потом вернуть на выходе из **И-ящика**.

Итак, после того, как сумма $\gamma \delta K_0$ пройдет через **И-ящик**, в соответствии с формулами (1) и (2), мы должны от полученного результата еще отнять кредитные деньги $\delta K_0(\gamma-1)$. А то, что останется, надо вернуть обратно в кошелек. Мы имеем два случая того, что может вернуться в наш кошелек. Складываем то, что осталось в кошельке с тем, что пришло туда обратно, и получаем

$$K_1 = K_0(1-\delta) + \gamma \delta K_0(1+\alpha) - \delta K_0(\gamma-1) = K_0(1+\gamma\delta\alpha) \quad (15)$$

и

$$K_1 = K_0(1-\delta) + \gamma \delta K_0(1-\beta) - \delta K_0(\gamma-1) = K_0(1-\gamma\delta\beta) \quad (16)$$

Мы получаем замечательный результат! Если сравнить формулы (15) и (16) с формулами (9) и (10), то видно, что кредитное плечо γ вошло в новые формулы точно также, как доля δ .

Это означает, что роль кредитного плеча сводится к такой же роли, как и роль доли капитала. То есть увеличение кредитного плеча эквивалентно увеличению доли капитала в сделке. И, наоборот, уменьшение размера кредитного плеча эквивалентно уменьшению доли капитала в сделке. Поэтому, когда Вы торгуете с очень большим кредитным плечом, это эквивалентно, что Вы торгуете с очень большой долей капитала.

Вместо выражения (13) мы теперь получаем

$$(k/K_0) = (1+\gamma\delta\alpha)^p (1-\gamma\delta\beta)^q \quad (17)$$

Это выражение имеет максимум при

$$\delta_{\max} = \frac{p\alpha - q\beta}{\alpha\beta\gamma} \quad (18)$$

Это модифицированная формула Келли для случая, когда в торговой системе используется кредитное плечо γ . Так как $q=1-p$, то эту формулу можно еще записать как

$$\delta_{\max} = \frac{(1+\xi)p-1}{\alpha\gamma}, \quad (18.1)$$

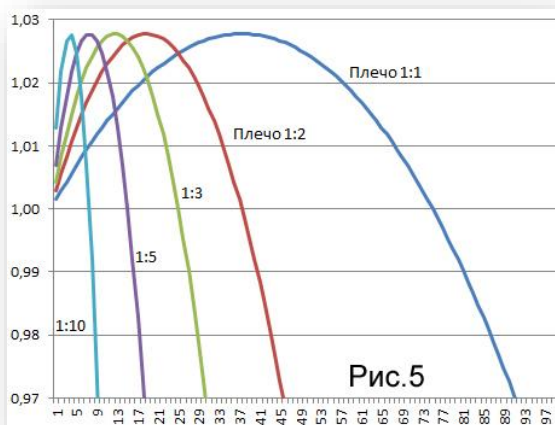
где $\xi=\alpha/\beta$.

Если выражение (17) приравнять к единице, то получим уравнение для вычисления критической доли δ , при которой капитал в среднем не растет и не убывает:

$$(1+\gamma\delta_0\alpha)^p (1-\gamma\delta_0\beta)^q = 1 \quad (19)$$

Одно решение уравнения (19) тривиальное $\delta_0=0$. Но, кроме этого решения, есть еще одно решение δ_0 такое, что, если $\delta > \delta_0$, то будет слив капитала.

Посмотрим, что нам дает кредитное плечо при нашей игре с подбрасыванием монеты. Допустим, нам



дается плечо 1:2, а в кошельке у нас по-прежнему изначально 100 рублей и мы играем долей $\delta=1/2$. Значит, первую ставку делаем в размере 50 рублей.

Но при выигрыше зарабатываем теперь уже не 40 рублей, а 80 рублей. Как будто бы ставка была не 50 рублей, а все 100 рублей. Точно также и при проигрыше проигрываем не 25 рублей, а все 50 рублей. Как будто бы ставка была не 50 рублей, а все 100 рублей.

Вы, наверное, уже догадались, что доля капитала $\delta=1/2$ из прибыльной доли теперь превратилась в убыточную долю, в аналог доли 100%.

На рис.5 показано, как меняется кривая среднего роста капитала от доли при увеличении кредитного плеча. Синяя кривая для плеча 1:1

точно такая же, как кривая на рис.3. На рис.5 хорошо видно, что рост кредитного плеча приводит к уменьшению и δ_{\max} и δ_0 .

Те части кривых, которые лежат ниже горизонтального уровня равного единице, соответствуют сливу капитала. Хорошо видно, что при увеличении плеча, область разорения также увеличивается.

Для игры с подбрасыванием монеты ($p=q=1/2$) решение уравнения (19) можно записать в виде

$$\delta_0 = \frac{\alpha - \beta}{\alpha\beta\gamma}$$

Если без плеча мы имели $\delta_{\max}=0.375$, а $\delta_0=0.75$, то плечо 1:10 дает $\delta_{\max}=0.0375$, $\delta_0=0.075$. Область выигрыша сжалась в 10 раз! Оптимальная доля капитала δ_{\max} также уменьшилась в 10 раз.

А плечо 1:100 приводит уже к тому, что если у Вас по-прежнему начальный капитал 100 рублей, то Вам надо первую ставку делать не более 75 копеек, а оптимальная первая ставка должна быть 37 с половиной копеек.

На Форексе всё происходит примерно также. Только Ваша конкретная торговая система имеет свои значения параметров p , q , α и β . Поэтому у Вас будут другие критические значения δ_{\max} и δ_0 , но суть будет та же самая: Во сколько раз увеличиваете кредитное плечо, во столько же раз уменьшаются критические значения δ_{\max} и δ_0 .

В некоторых рейтингах брокеров Форекса, которые Вы можете найти в Интернете, среди всех параметров брокеров дается информация только о максимальных плечах, которые можно получить в их дилинговых центрах. Мало того, создается даже такое впечатление, что чем выше максимальное плечо в дилинг-центре, тем это идет в плюс брокеру у составителей этих рейтингов.

Трудно поверить, что авторы этих рейтингов сами хоть что-то заработали на Форексе. Понятно, что в этих рейтингах надо, наоборот, указывать, какое минимальное плечо можно взять у того или иного брокера. Например, брокер, который дает минимальное плечо 1:1, гораздо лучше того, который дает минимальное плечо 1:10.

Поэтому, если Вы где-то нашли чужую прибыльную стратегию, но из-за жадности пытаетесь применить её с более высоким плечом и/или с более высокой долей капитала в каждой сделке, то Вы запросто испоганите хорошую стратегию и окажитесь в зоне разорения.

Еще одно очень интересное наблюдение. Обратите внимание, что все максимумы кривых на рис.5 находятся на одном уровне. Максимальный средний рост всего Вашего капитала для любого плеча составляет $(k/K_0) \approx 1.02774...$ Это означает, что если Вы нашли оптимальное δ_{\max} для данного размера кредитного плеча, то замена этого плеча на более высокое плечо никак не улучшит средний результат в рамках данной торговой стратегии.

Результат может только ухудшиться, если для более высоких значений γ Вы неправильно определите значение δ_{\max} . Ведь чем больше значение γ , тем быстрее уменьшается средняя скорость роста (k/K_0) при отклонении от δ_{\max} . Поэтому ошибка в определении δ_{\max} при большом кредитном плече обойдется Вам гораздо дороже, чем при маленьком значении γ . Таким образом, высокое кредитное плечо содержит дополнительные риски, которые не компенсируются более высокой доходностью.

Например, в нашей игре с подкидыванием монеты ошибка в определении оптимальной доли δ_{\max} всего лишь на один рубль в сторону увеличения доли приведет к тому, что для плеча 1:100 мы окажемся в зоне разорения, так как получаем $\delta = 0.01375 > 0.0075 = \delta_0$. А при плече 1:1 с такой же ошибкой на один рубль, имеем $\delta = 0.385 < 0.75 = \delta_0$. Мы не только не выходим за пределы прибыльной зоны, но и снижаем среднюю скорость роста капитала всего лишь на какие-то десятые доли процента.

11. Калькуляторы параметров торговой системы

Для быстрого расчета параметров Вашей торговой системы, Вы можете воспользоваться следующими онлайн-калькуляторами. Все эти калькуляторы ориентированы на торговые системы, в которых трейдер торгует строго фиксированной долей капитала своего торгового счета и применяет фиксированные ордера TP и SL. Последнее означает, что TP и SL расставляются так, чтобы получить строго фиксированный процент увеличения капитала, на который открыта сделка, и чтобы получить строго фиксированный процент уменьшения капитала, на который открыта сделка, в зависимости от того, прибыльной или убыточной окажется сделка. Для плеча 1:1 эти проценты увеличения и уменьшения капитала в сделке соответствуют параметрам α и β .

Расчет расположения уровней TP и SL на счетах со спредом не вызывает больших трудностей. На счетах с комиссией расчет слегка сложнее, но не выходит за рамки школьной математики. Если обозначить комиссию как долю от величины сделки через λ , а цену покупки рыночного инструмента через C , то уровень TP располагаем на цене больше цены покупки на величину

$$\Delta C = \frac{C(\alpha + 2\lambda)}{1 - \lambda},$$

а уровень SL располагаем на цене меньше цены покупки на величину

$$\Delta C = \frac{C(\beta - 2\lambda)}{1 - \lambda}.$$

Если, наоборот, рыночный инструмент продается, то уровень TP располагаем на цене меньше цены продажи на величину

$$\Delta C = \frac{C(\alpha + 2\lambda)}{1 + \lambda},$$

а уровень SL располагаем на цене больше цены продажи на величину

$$\Delta C = \frac{C(\beta - 2\lambda)}{1 + \lambda}.$$

11.1. Расчет точек безубыточности торговых систем

Если нам известны параметры α и β торговой системы, доля δ , которую используем в каждой сделке, и размер кредитного плеча γ , то мы можем посчитать, какая должна быть минимальная вероятность p , которая необходима, чтобы данная торговая система была прибыльной. Для расчетов используем [Калькулятор минимально необходимого количества прибыльных сделок](#). Если при анализе своей торговой системы Вы получите меньшее количество прибыльных сделок, чем дает этот калькулятор, то значит, что Ваша торговая система является убыточной. Даже, если на тестируемых данных она показывает рост, то всё равно, при длительном использовании такой торговой системы, трейдера ждет разорение.

Есть [усеченный вариант этого калькулятора](#) для $\delta=1$ и $\gamma=1$.

Для условий $\delta=1$ и $\gamma=1$ мы можем из уравнения (19) вытащить зависимость минимально необходимой доли прибыльных сделок в зависимости от соотношения $\xi=\alpha/\beta$. Это решение запрограммировано в онлайн-овом калькуляторе [Расчет минимальной доли прибыльных сделок](#).

Обратная задача по определению того, каким должно быть минимальное соотношение $\xi=\alpha/\beta$, когда у нас есть эмпирические данные по вероятности прибыльных сделок, чтобы торговая система была безубыточной, при $\delta=1$ и $\gamma=1$, решается в калькуляторе [Расчет минимального соотношения между TakeProfit и StopLoss](#).

11.2. Расчет оптимальных параметров торговых систем

Если нам необходимо использовать в торговой системе какое-то определенное соотношение $\xi=\alpha/\beta$ и если мы знаем, что полученная на тестах доля прибыльных сделок p соответствует прибыльности данной торговой системы с фиксированными значениями δ и γ , то можем оптимизировать данную торговую систему более конкретным выбором значений α и β . Это делается с помощью калькулятора [Расчет оптимальных уровней TakeProfit и StopLoss](#).

Есть [усеченный вариант этого калькулятора](#) для $\delta=1$ и $\gamma=1$.

При использовании этих двух калькуляторов нужно понимать, что изменения уровней TP и SL в торговой системе приводят и к изменению вероятностей p и q . Поэтому применение этих двух калькуляторов, вообще говоря, не гарантирует, что Вы сможете найти оптимальные уровни TP и SL, которые максимизируют Вашу прибыль. Такая ситуация будет иметь место, если с оптимальными уровнями TP и SL, вычисленными с помощью данных калькуляторов, вероятность прибыльных сделок снизится так, что для данных "оптимальных" α и β и новых p и q , определенных из теста, торговая система окажется убыточной.

Если же с новыми α и β , найденными с помощью этих калькуляторов, тесты покажут, наоборот, рост доли прибыльных сделок p , то считайте, что Вам повезло.

12. Оптимальное плечо

Мы можем искать максимум выражения (17) не по δ , а по γ , чтобы определить какое должно быть оптимальное плечо у торгового счета, если мы собираемся торговать всегда строго определенной долей δ . Получаем формулу Келли для оптимального кредитного плеча:

$$\gamma_{\max} = \frac{p\alpha - q\beta}{\alpha\beta\delta} \quad (20)$$

С таким кредитным плечом капитал будет расти быстрее всего.

Формула (20) может понадобиться Вам, когда Вы, например, хотите рисковать только какой-то строго определенной долей своего капитала δ и хотите узнать, с каким кредитным плечом Вам нужно открыть торговый счет.

Например, если в нашей игре с подбрасыванием монеты, когда у Вас в кармане 100 рублей, Вы хотите каждый раз рисковать только десятой долей своего капитала, то формула (20) дает результат $\gamma_{\max} = 3.75$. При таком выборе кредитного плеча Ваш капитал в среднем будет расти максимально быстро.

Если Вам не дано право выбирать любое кредитное плечо, а, например, Вы можете выбрать только целое кредитное плечо, то надо проявлять некоторую осторожность. Например, для игры с подбрасыванием монеты с долей 10% при $\gamma_{\max} = 3.75$ действительно надо выбирать плечо $\gamma = 4$, а не $\gamma = 3$. При плече 1:4 средняя скорость роста капитала будет больше, чем при плече 1:3, и плечо 1:4 не выбрасывает Вас за пределы прибыльной игры.

Но в некоторых дилинговых центрах Форекса можно открыть счета не с любым плечом, а только счета из некоторого набора плеч. Например, после плеча 1:3 может идти сразу плечо 1:5, а затем плечо 1:10, то есть Вы не сможете в таком дилинг-центре открыть счета с кредитным плечом 1:4, 1:6, 1:7, 1:8 и 1:9. В результате, может получиться так, что ближайшее разрешенное плечо, если оно больше критического плеча, будет находиться в убыточной области. То есть это γ может оказаться больше, чем критическое γ_0 , при котором с выбранной долей δ , мы оказываемся в убыточной области ($\gamma > \gamma_0$). Критическое γ_0 определяется, как решение уравнения

$$(1 + \gamma_0 \delta \alpha)^p (1 - \gamma_0 \delta \beta)^q = 1 \quad (21)$$

Это уравнение совпадает с уравнением (19), но искать из него надо γ_0 , когда известно значение δ .

При выборе ближайшего подходящего плеча для открытия счета в дилинг-центре, необходимо проверить оба ближайших γ к вычисленному γ_{\max} , и большее, и меньшее. Надо подставить оба этих γ в формулу (17) и выбрать то γ , которое дает больше скорость роста, и чтобы скорость роста была обязательно больше единицы.

С долей δ имеется аналогичная трудность, связанная с тем, что на биржах торговля ведется лотами (и долями лотов в дилинг-центрах). Поэтому мы не можем выбрать любое δ , в том числе и часто невозможно выбрать расчетное δ_{\max} . Поэтому имеет смысл с самого начала искать минимум выражения (17) относительно произведения плеча и доли $\gamma \delta$. Этот минимум будет при

$$(\gamma \delta)_{\max} = \frac{p\alpha - q\beta}{\alpha\beta} \quad (22)$$

В правой части выражения (22) стоит константа для конкретной торговой системы. Обозначим эту константу через C и перепишем выражение (22) как

$$\gamma_{\max} = \frac{C}{\delta_{\max}} \quad (23)$$

или

$$\delta_{\max} = \frac{C}{\gamma_{\max}} \quad (24)$$

Формулы (23) и (24) связывают между собой долю и плечо, при которых идет максимальный рост капитала. Эта связь обратно пропорциональная, и графики функциональных зависимостей $\gamma_{\max} = \gamma_{\max}(\delta_{\max})$ и $\delta_{\max} = \delta_{\max}(\gamma_{\max})$ представляют собой гиперболы. А так как скорость роста капитала при любой паре γ_{\max} и δ_{\max} , связанных соотношениями (23) и (24) одна и та же, то выбор конкретной пары $(\gamma_{\max}, \delta_{\max})$ определяется только тем, чтобы реальные значения (γ, δ) , максимально близкие к $(\gamma_{\max}, \delta_{\max})$, которые нам разрешено использовать, давали значения выражения (17) как можно больше.

Итак, схема поиска нужной для нас пары (γ, δ) такая. Сначала строим график (23) или (24) для нашей торговой системы. Затем наносим на этот график сетку разрешенных γ и возможных δ . Далее, ищем узлы этой сетки, максимально приближенные к построенной кривой. Подставляем координаты найденных

узлов в формулу (17) и выбираем такой узел, который дает нам максимальное значение выражения (17). Если какой-то узел случайно совпал с построенной гиперболой, то Вам повезло. Именно этот узел дает максимум выражения (17).

При таком алгоритме поиска оптимальных пар (γ, δ) нужно всегда иметь в виду следующее.

- Если Вы нашли две эквивалентные пары (γ, δ) , которые дают одинаковый рост в выражении (17) и этот рост является самым максимальным среди всех пар (γ, δ) , то предпочтение отдается той паре, которое имеет меньше значение γ и больше значение δ .
- Так как есть вероятность того, что вероятности p и q определены с некоторой погрешностью, то проверку делаем только тех узлов сетки, которые лежат ниже кривых (23) и (24).
- Наконец, нужно учитывать, что для некоторых рыночных инструментов величина лота не остается постоянной, а меняется в зависимости от цены данного рыночного инструмента. Для таких рыночных инструментов сетка на графике получается не со строго определенными значениями δ , а δ лежащими в некоторых интервалах. Вы сами должны оценить размеры этих интервалов исходя из Ваших соображений, в каких пределах может меняться цена данного рыночного инструмента.

13. Отличие Форекса от орлянки

Многие примеры в данной книге рассматривались на примере игры в подбрасывание монеты. Поэтому в заключении хотелось бы сказать несколько слов о принципиальном отличии биржевой торговли от игры в подбрасывании монеты.

Чисто формальное отличие заключается в том, что при изменении параметров α и β в игре с монетой у нас не меняются вероятности p и q . Они остаются постоянными и всегда равны 0.5. В то время, как на бирже эти вероятности являются функциями параметров α и β для конкретной стратегии: $p=p(\alpha, \beta)$, $q=q(\alpha, \beta)$.

Но это формальное отличие. Есть и более глубокое отличие, которое связано с тем, что выпадение орлов и решек при подбрасывании монеты, это **стационарный марковский процесс**. В то время как поведение цен рыночных инструментов на бирже, это **нестационарный процесс с памятью**.

13.1. Процесс с памятью

Марковский процесс, это такой случайный процесс, который не имеет памяти, то есть выпадение очередного числа никак не связано с выпадением предыдущего числа. Если только что выпал орел, то это никак не влияет на то, что в следующий раз тоже выпадет орел. Вероятности выпадения орла и решки не меняются от того, что только что выпал именно орел. Система не имеет памяти и не помнит предыдущее выпадение. Каждый бросок монеты совершенно не зависит от предыдущих бросков.

Еще один пример марковского процесса, это игра в рулетку. Если только что выпало число 7, то вероятность того, что сразу опять выпадет 7 точно такая же, как и вероятность того, что сейчас выпадет 13 или 10 или 20 или любое другое число. Игроки в казино часто бывают суеверными и считают, что, как говорится, "бомба дважды не падает в одну воронку". Поэтому, если только что выпало "красное", то они думают, что более вероятно, что сразу за этим выпадет "черное". А на самом деле это заблуждение.

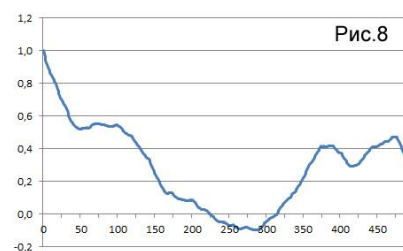
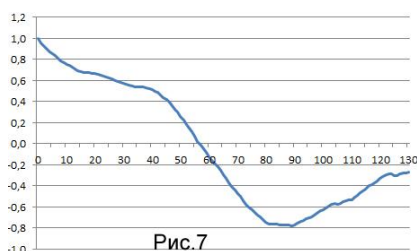
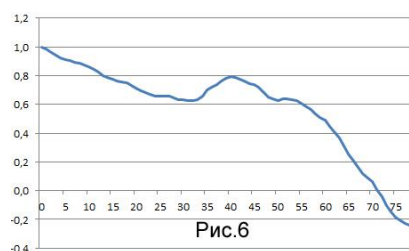
Математики говорят, что функция автокорреляции таких марковских процессов равна нулю везде, кроме нулевой точки, где она равна единице. (Случайный процесс выпадения орлов и решек можно всегда преобразовать в последовательность нулей и единиц, поэтому посчитать функцию автокорреляции в числах можно и у процесса подбрасывания монеты.)

Биржевые цены не являются марковским процессом, поэтому следующая цена закрытия свечи может быть не любой. Следующая цена зависит от нескольких предыдущих цен. Причем эти цены имеют разное влияние на формирование текущей цены. Наибольшее влияние имеет непосредственно предыдущая цена. Влияние следующих цен ослабевает тем больше, чем эти цены были по времени раньше.

Математики говорят, что функция автокорреляции таких процессов с памятью обнуляется не сразу, а на некотором временном интервале.

На рис.6, 7 и 8 показаны примеры автокорреляционной функции для валютной пары EUR/USD. На рис.6 показана функция автокорреляции для месячных цен закрытия с 2000 год по 2012 год включительно и размера скользящего окна по 78 точкам. На рис.7 функция автокорреляции для дневных цен закрытия за весь 2012 год и размера окна 131 точка. На рис.8 функция автокорреляции для часовых цен закрытия за ноябрь-декабрь 2012 года и размера окна 493 точки.

Хорошо видно, что, с одной стороны, обнуление автокорреляционных функций идет не сразу. То есть поведение цены валютной пары EUR/USD не является марковским процессом, и цена перестает коррелировать со своим начальным поведением только спустя десятки и сотни тайм-фреймов. А, с другой стороны, автокорреляционная функция ведет себя немонотонно, что указывает на наличие слабых приближенных периодичностей с периодами равными числу тайм-фреймов в районе локальных экстремумов.



Благодаря этому торговля на бирже принципиально отличается от игры в казино. В казино, играя в рулетку, Вы не можете прогнозировать выпадение следующих чисел. А на бирже существует принципиальная возможность прогноза.

Часто даже начинающие трейдеры очень неплохо прогнозируют, куда пойдет цена валютной пары, вверх или вниз. В более 50% их прогноз правильный. Вся проблема только в том, что есть некоторая вероятность, что, перед тем как пойти в нужную сторону, цена метнется чуть-чуть не туда и срубит ордер SL.

Можно представить себе такую физическую аналогию. Допустим, у Вас в стакане воды находится очень легкая броуновская частица во взвешенном состоянии. Она случайно блуждает вдоль всех трех осей нашего трехмерного пространства. В том числе её случайное движение вдоль вертикальной оси представляет собой с достаточно хорошей точностью марковский процесс. Вы не можете предсказать, куда в следующий раз прыгнет броуновская частица, вверх или вниз.

Но если это достаточно тяжелая частица, то под действием силы тяжести она, случайно перемещаясь по стакану воды, постепенно будет опускаться всё ниже и ниже. Вы по-прежнему не можете каждый раз предсказать, куда сейчас прыгнет броуновская частица вдоль вертикальной оси, вверх или вниз. Но если Вы будете постоянно ставить на то, что частица прыгнет вниз, то число выигрышей у Вас будет больше, чем число проигрышей. Нужно только играть не маленькое количество игр, а достаточно большое количество игр, желательно, на протяжении всего времени, пока частица опускается на дно стакана.

В такой системе у Вас имеется тренд броуновской частицы вниз. Этот тренд обусловлен наличием объективного закона природы. И поэтому Вы можете сделать прогноз, что эта броуновская частица, в конце концов, окажется на дне стакана с водой. Случайный процесс движения частицы вдоль вертикальной оси будет представлять собой случайный процесс с памятью.

Формулы в этой книге применимы и к биржевой торговле, и к играм в орлянку или в рулетку потому, что мы рассматриваем вероятности p и q , полученные при тестировании на очень длительной торговле и длительной игре. В идеале, когда время тестирования стремится к бесконечности. Поэтому большая часть торговых сделок никак не связано попарно друг с другом. Для корректного определения p и q необходимо, чтобы интервал тестирования был много больше, чем время обнуления функции автокорреляции поведения цены рыночного инструмента.

13.2. Нестационарность

Стационарность случайного процесса означает, что с течением времени у нашего случайного процесса не меняются его статистические характеристики. Это такие характеристики, как среднее значение,

дисперсия (или среднеквадратичные отклонения) и другие статистические моменты третьего и более высокого порядка. У нестационарного процесса все эти статистические характеристики могут меняться с течением времени.

Примером стационарного случайного процесса кроме выпадения орлов и решек при подкидывании монеты является также выпадения чисел в рулетку.

У стационарного процесса вероятности выигрыша p и проигрыша q всегда постоянны на любом интервале тестирования торговой системы.

У нестационарного процесса, эти вероятности p и q будут разные при тестировании на разных интервалах. Вы часто будете сталкиваться с тем, что при тестировании Вашей торговой системы на исторических данных на одном месяце Вы получите одни значения p и q , а на другом месяце другие значения.

В случае стационарного процесса разные интервалы, вообще говоря, тоже дают разные значения p и q . Но, во-первых, эти значения p и q будут распределены около некоторых постоянных средних значений p_0 и q_0 и эти средние значения будут постоянными. Во-вторых, чем больше интервал тестирования, тем ближе получаемые p и q к значениям p_0 и q_0 . В пределе, когда интервал тестирования на исторических данных стремиться к бесконечности для стационарного процесса мы получаем $p=p_0$ и $q=q_0$.

Для торговой системы на нестационарном случайном процессе такой красивой картинки уже не будет. На бирже Вы получите, что Ваши p и q со временем меняются, хотя α и β остаются постоянными. Это главная сложность биржевой торговли. В частности, это одна из причин того, что часто торговые системы, которые показывают хороший результат на исторических данных, в реальной торговле оказываются совсем негодными.

Такие вещи часто можно наблюдать при использовании роботов-советников. Вам показывают чудесные результаты советника на прошлогодних данных. Но, при попытке применить этого робота "здесь и сейчас", он самым наглым образом сливает весь Ваш депозит в унитаз. Торговая система такого робота-советника была специально подогнана выбором γ и δ под те p и q , которые были на тех исторических данных. Но это совсем не значит, что сейчас эта торговая система показывает те же самые p и q или даже близкие к ним значения.

Сложность состоит еще и в том, что изменения p и q со временем непредсказуемы. Например, если Вы для своей торговой системы за последний год на исторических данных наблюдаете устойчивую тенденцию, которая заключается в том, что p у Вас каждый месяц растет, а q , соответственно, уменьшается, то это совсем не значит, что и в этом месяце данная тенденция сохранится. Вполне возможно, что именно в этом месяце эта тенденция ломается и p начнет уменьшаться, а q начнет расти.

Если вероятности p и q меняются незначительно, то Вы имеете дело с достаточно устойчивой торговой системой, которую можно применять на реальном счете. Для подстраховки Вы просто берете γ и δ меньше, чем γ_{\max} и δ_{\max} , которые были на непосредственно предыдущем тестируемом историческом интервале. Можно оценить, на сколько у Вас меняются значения γ_{\max} и δ_{\max} при изменении p и q на разных исторических интервалах, и взять γ и δ меньше самых маленьких значений γ_{\max} и δ_{\max} . Для подстраховки, например, делаем их примерно в два раза меньше.

Это, конечно, не гарантия, что при реальной работе с таким плечом и такой долей, у Вас не произойдет резкая смена вероятностей p и q . Но вероятность таких резких изменений рыночного поведения достаточно мала.

А главное, трейдеру необходимо постоянно мониторить результаты своих реальных торгов за какой-то некоторый интервал времени и всё время подсчитывать значения вероятностей p и q , чтобы вовремя улавливать тенденции, состоящие в сильных изменениях p и q , и тем самым вовремя корректировать свои γ и δ .

Ну, а если Ваша торговая система на исторических данных дает очень сильный разброс вероятностей p и q , то значит, что данная торговая система не является устойчивой и работать с ней опасно.

14. Заключение

Итак, общая схема работы трейдера следующая. Берется какая-нибудь стратегия (собственной разработки или заимствованная), которую можно (а точнее, обязательно нужно!) формализовать в набор правил для вхождения в рынок и в набор правил для выхода из рынка.

В этой книге совсем не рассматривается, как нужно входить в рынок, так как здесь совсем не рассматривается проблема прогнозирования поведения рыночных цен. Считается, что у трейдера уже есть какая-то стратегия, в которой предусмотрена ситуация вхождения в рынок.

Набор правил для выхода из рынка, это правила для расстановки ордеров TP и SL. (Надеюсь, что читатель этой книги уже вышел из "детсадовского" возраста трейдера, когда торгуют без SL.) Правила для расстановки ордеров TP и SL должны быть очень простыми. Эти ордера должны расставляться так, чтобы, с учетом комиссии брокера, Ваша прибыль в сделке составляла строго определенный процент от суммы, на которую Вы совершили сделку. Точно также, после учета комиссии брокера, Ваш убыток должен составлять строго определенный процент от суммы, на которую Вы совершили сделку. Эти определенные проценты прибыльности и убыточности сделки определяют Ваши коэффициенты α и β .

Далее идет тестирование торговой системы на исторических данных или на демо-счете. Цель такого тестирования, это посчитать долю прибыльных сделок и долю убыточных сделок. Эти доли определяют вероятности p и q . Обязательно делаем тестирование на разных исторических данных, чтобы увидеть разброс значений p и q и их эволюцию. (Если для прогноза цен Вы используете нейросеть "Прогнозирующая Машина", то смотрите разброс метрик **PCDP** и **PFP** на тестовых интервалах.) Работаем только с устойчивыми торговыми системами, в которых вероятности p и q меняются незначительно.

Затем идет расчет оптимального значения $(\gamma\delta)_{\max}$ по формуле (22) и строится кривая графика функции (23) или (24). На нее накладывается сетка из тех γ и δ , которые для Вас доступны и выбираются ближайшие к кривым узлы сетки, с учетом замечаний в конце раздела 12 ("Оптимальное плечо", см. стр.18), которые проверяются на максимум выражения (17). Торговлю ведем с теми γ и δ , которые показали наивысший результат для выражения (17).

В процессе торговли постоянно контролируем значения p и q для своевременной адаптации нашей торговой системы к изменившимся торговым условиям.

Неустойчивую торговую систему можно попытаться сделать устойчивой с помощью выбора других значений параметров α и β .

Изменение параметров α и β приводит к изменению вероятностей p и q . Поэтому для определения p и q , для новых значений α и β , тестирование торговой системы необходимо проводить заново. Изменение параметров α и β может привести как к улучшению торговой системы, так и к ухудшению её, в том числе и к превращению её в такую систему, в которой не существует таких γ и δ , при которых выражение (17) больше единицы. В последнем случае слив капитала трейдера будет гарантирован при любом плече и при любой доле капитала.

В заключение, еще раз напомним, что правильный финансовый менеджмент может существенно улучшить прибыльную стратегию и, наоборот, неправильный финансовый менеджмент может прибыльную стратегию превратить в убыточную торговую систему. Но никакой финансовый менеджмент не может изначально убыточную стратегию превратить в прибыльную торговую систему.

Данная книга ни в коем случае не претендует на роль учебника по основам биржевого финансового менеджмента. Она задумывалась, скорее, как средство для упорядочения и систематизации моих личных знаний в этой области, а также место, где собраны вместе все необходимые для работы формулы. Буду рад, если эта книга окажется полезной кому-нибудь еще.

Август 2013.

Октябрь 2024.

К.ф.-м.н. Миронов Евгений Юрьевич.